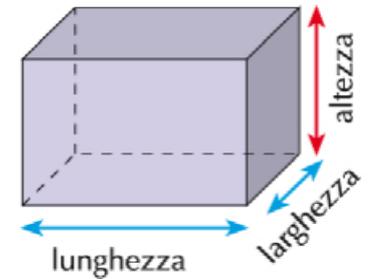


# Punti, linee e piani nello spazio

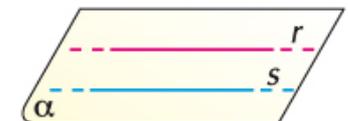
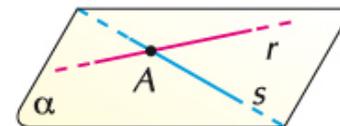
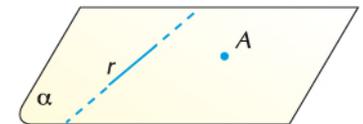
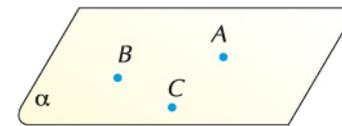
**DEFINIZIONE.** La **geometria dello spazio** o **geometria dei solidi** o ancora **geometria solida** è il settore della geometria che si occupa dei corpi a tre dimensioni (lunghezza, larghezza e altezza).



Gli enti fondamentali della geometria a tre dimensioni sono gli stessi della geometria a due dimensioni: **punto**, **linea**, **piano**.

È possibile individuare un piano quando sono assegnati:

- tre punti non allineati;
- una retta e un punto non appartenente ad essa;
- due rette incidenti;
- due rette parallele.

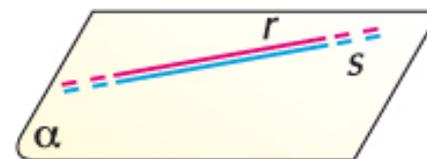
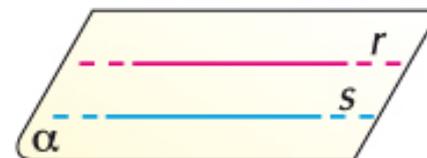
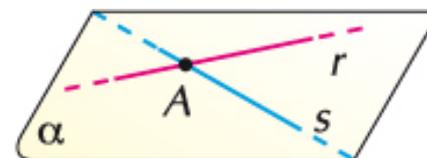
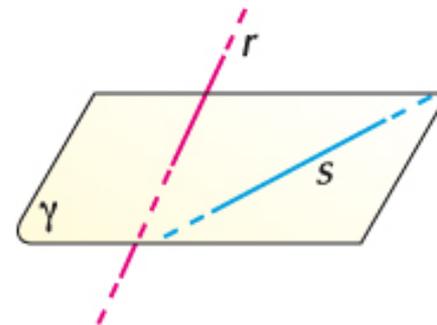


# Le posizioni reciproche di rette e piani nello spazio

Nello spazio due rette possono appartenere allo stesso piano e si dicono **complanari**, oppure appartenere a piani diversi e si dicono **sghembe**.

Le rette complanari possono a loro volta essere:

- **incidenti**, se hanno un solo punto in comune;
- **parallele**, se non hanno alcun punto in comune;
- **coincidenti**, se hanno tutti i punti in comune.



# Le posizioni reciproche di rette e piani nello spazio

Nel caso di una retta  $r$  e un piano  $\alpha$  nello spazio si possono avere le seguenti posizioni:

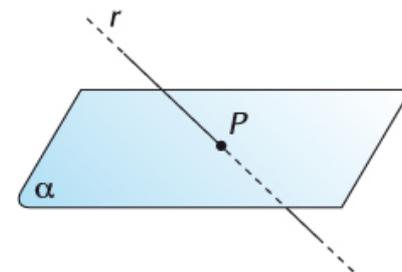
- la retta **giace** sul piano: tutti i suoi punti appartengono al piano;



- la retta è **parallela** al piano: nessun punto della retta appartiene al piano;

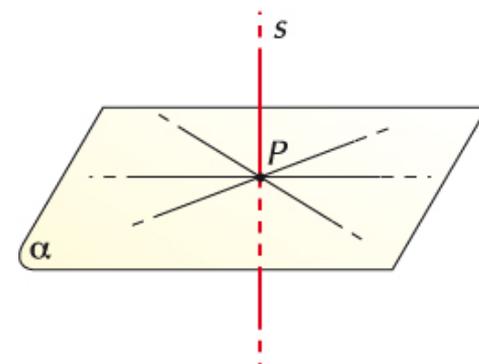


- la retta è **incidente** al piano: retta e piano si intersecano in un punto.

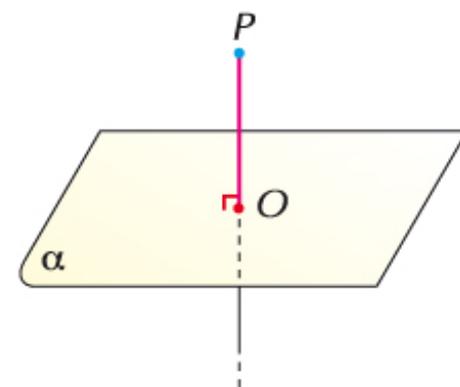


# Le posizioni reciproche di rette e piani nello spazio

**DEFINIZIONE.** Una **retta è perpendicolare ad un piano** se è incidente al piano e se è perpendicolare ad ogni altra retta del piano passante per quel punto; il punto di intersezione è detto **piede** della perpendicolare.



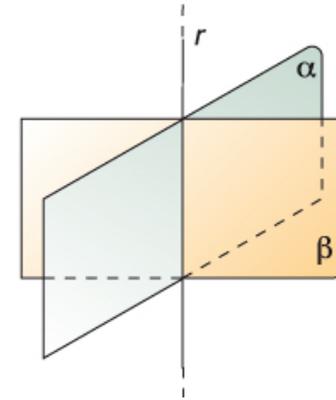
**DEFINIZIONE.** La **distanza di un punto da un piano** è la lunghezza del segmento perpendicolare condotto da quel punto al piano.



# Gli angoli nello spazio: i diedri

Due piani distinti nello spazio possono essere:

- **incidenti** (o secanti), se hanno una retta  $r$  in comune;
- **paralleli**, se non hanno alcun punto in comune;
- **coincidenti**, se hanno tutti i loro punti in comune.

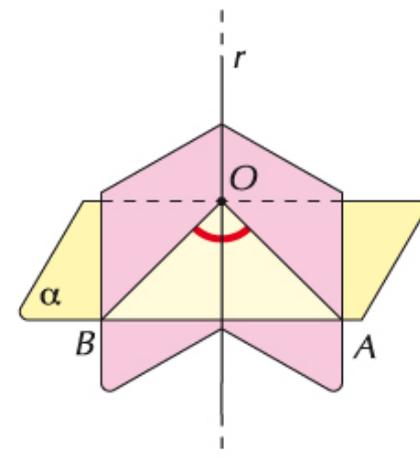
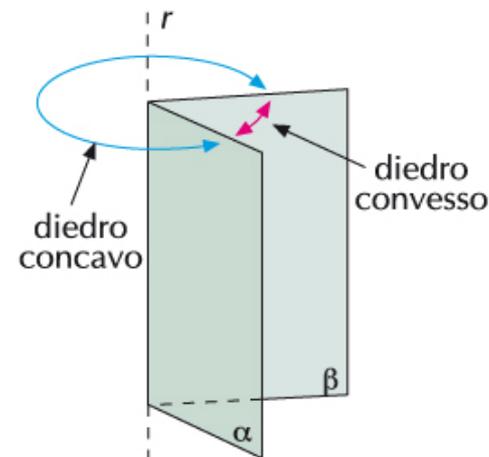


# Gli angoli nello spazio: i diedri

**DEFINIZIONE.** Il **diedro** è ciascuna delle due parti in cui lo spazio rimane diviso da due semipiani aventi la stessa retta d'origine. I due semipiani si chiamano **facce del diedro**; la retta origine si dice **spigolo** o **costola**.

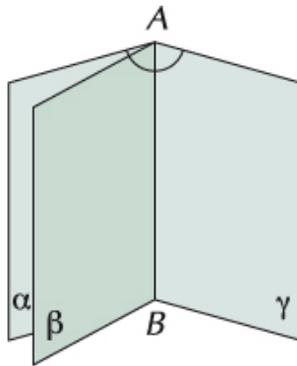
**DEFINIZIONE.** Il **diedro** che contiene il prolungamento delle due facce si dice **concavo**, quello che non li contiene **convesso**.

**DEFINIZIONE.** La **sezione normale di un diedro** è l'angolo che si ottiene sezionando il diedro con un piano perpendicolare al suo spigolo. La **misura** di un angolo diedro è data dall'ampiezza della sua sezione normale.

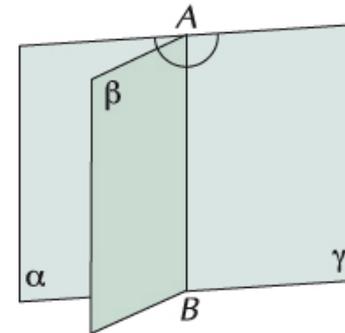


# Gli angoli nello spazio: i diedri

**DEFINIZIONE.** Due diedri si dicono **consecutivi** quando hanno lo spigolo e una faccia comune; si dicono **adiacenti** quando sono consecutivi e le due facce non comuni sono semipiani opposti di uno stesso piano.



Diedri consecutivi



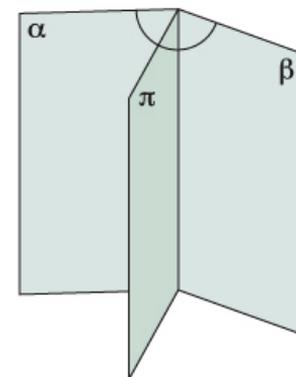
Diedri adiacenti

In analogia con quanto studiato sugli angoli nel piano, diremo che due diedri sono:

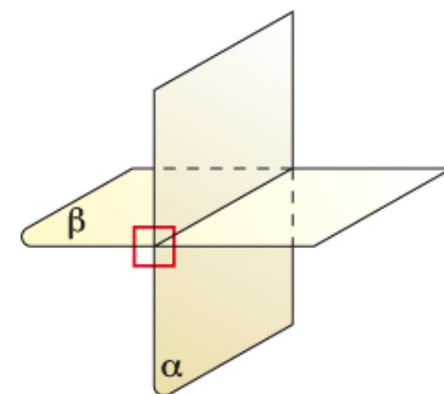
- **complementari** se la somma delle loro ampiezze è  $90^\circ$
- **supplementari** se la somma delle loro ampiezze è  $180^\circ$
- **esplementari** se la somma delle loro ampiezze è  $360^\circ$ .

# Gli angoli nello spazio: i diedri

**DEFINIZIONE.** Si dice **semipiano bisettore** il semipiano che, uscendo dallo spigolo del diedro, lo divide in due diedri congruenti.

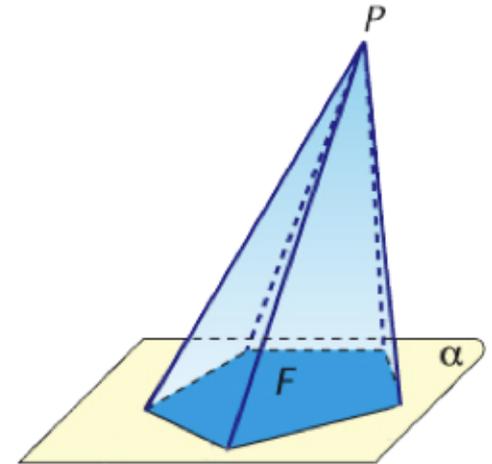


**DEFINIZIONE.** Due **piani** si dicono **perpendicolari** se intersecandosi formano quattro diedri congruenti ciascuno dei quali misura  $90^\circ$ .



# Gli angoloidi

**DEFINIZIONE.** Un **angoloide** è la parte di spazio limitata da almeno tre angoli aventi il vertice in comune e tutti a due a due consecutivi.

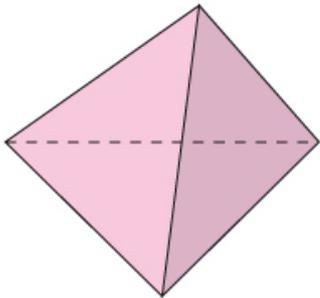


Il punto  $P$  si dice **vertice**, le semirette che passano per i vertici del poligono si dicono **spigoli**, e gli angoli formati da due spigoli consecutivi si dicono **facce**.

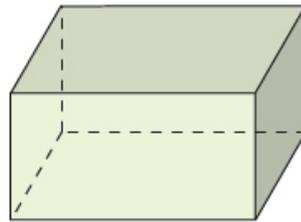
**PROPRIETÀ.** La somma degli angoli che costituiscono le facce di un angoloide è sempre minore di un angolo giro.

# La relazione di Eulero

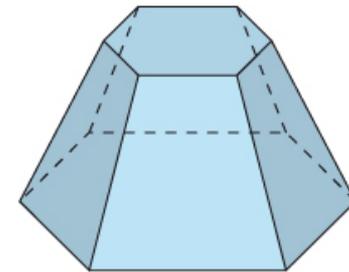
Consideriamo i seguenti poliedri e contiamo, per ognuno, il numero di facce, vertici e spigoli.



$$f = 4, v = 4, s = 6$$



$$f = 6, v = 8, s = 12$$



$$f = 8, v = 12, s = 18$$

Possiamo notare che in ogni poliedro convesso il numero delle facce sommato al numero dei vertici è uguale al numero degli spigoli aumentato di due:

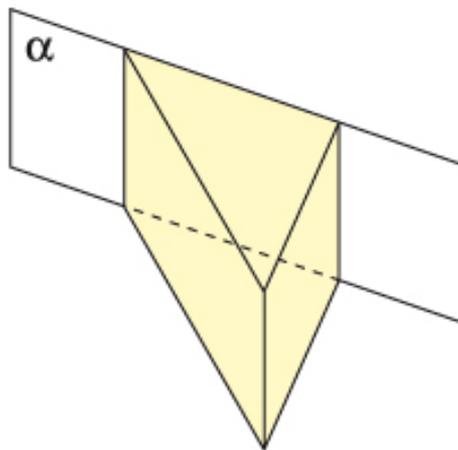
$$f + v = s + 2$$

Pertanto possiamo enunciare il seguente:

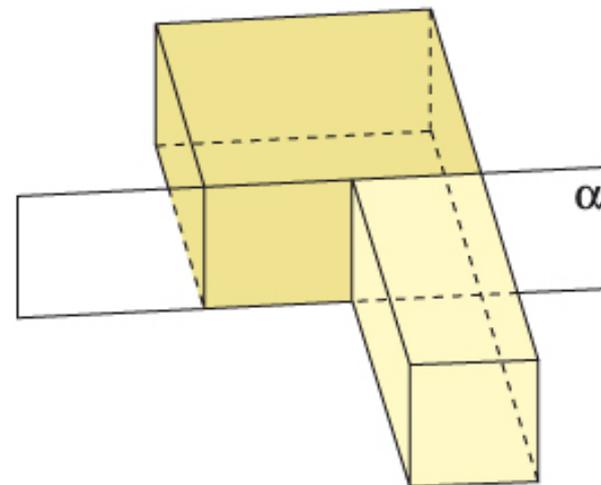
**TEOREMA.** In ogni poliedro convesso la somma del numero delle facce e del numero dei vertici è uguale al numero degli spigoli aumentato di due.

# I poliedri

- Un poliedro si dice **convesso** se il piano di ogni faccia non interseca il poliedro;
- si dice **concavo** se il piano di qualche faccia interseca il poliedro.



Poliedro convesso



Poliedro concavo

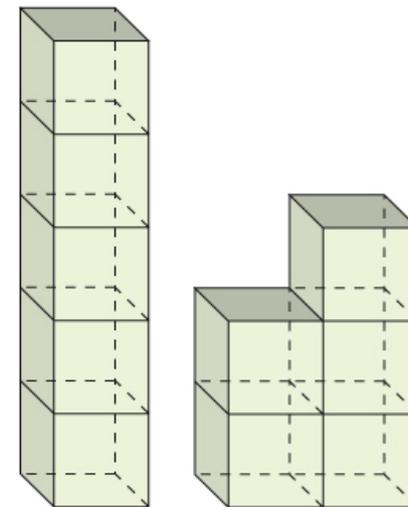
# Il concetto di volume

**DEFINIZIONE.** Il **volume** di un corpo consiste nella parte di spazio che il corpo occupa.

**DEFINIZIONE.** Due solidi si dicono **equivalenti** se hanno lo stesso volume.

## **PROPRIETÀ.**

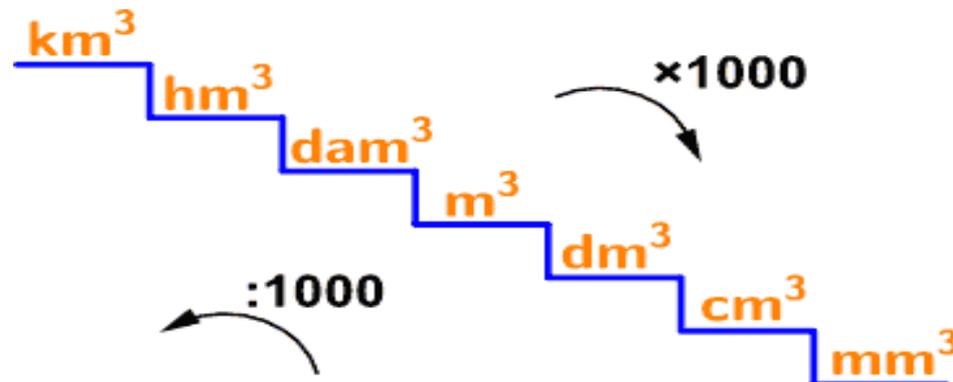
- Solidi scomponibili in solidi rispettivamente congruenti sono equivalenti;
- solidi che sono somma di solidi rispettivamente congruenti sono equivalenti;
- solidi che sono differenza di solidi rispettivamente congruenti sono equivalenti;
- solidi che sono somma di solidi rispettivamente equivalenti sono equivalenti;
- solidi che sono differenza di solidi rispettivamente equivalenti sono equivalenti.



# Il volume dei poliedri

**DEFINIZIONE.** Misurare il volume di un solido significa confrontarlo con un altro solido scelto come unità di misura e stabilire quanto volte quest'ultimo è contenuto nel primo.

**UNITÀ DI MISURA.** Come unità di misura del volume dei solidi assumeremo un cubo con lo spigolo di 1 metro, cioè il **metro cubo** o un suo multiplo o sottomultiplo.



# Il peso specifico

**DEFINIZIONE.** Per ogni sostanza, il rapporto tra il peso e il volume è costante e prende il nome di **peso specifico**. In simboli:

$$P_s = \frac{P}{V}$$

Dalla formula precedente ricaviamo le formule inverse:

$$P = V \cdot P_s$$

$$V = \frac{P}{P_s}$$

Nell'applicare queste formule bisogna inoltre considerare che:

- se il volume è espresso in **cm<sup>3</sup>**, il peso è espresso in **g** e viceversa;
- se il volume è espresso in **dm<sup>3</sup>**, il peso è espresso in **kg** e viceversa;
- se il volume è espresso in **m<sup>3</sup>**, il peso è espresso in **Mg** (tonnellate) e viceversa.